

# **SOBRE A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO NUMA PERSPECTIVA HISTÓRICO – CRÍTICA DO PONTO DE VISTA PSICOGENÉTICO PIAGETIANO**

**Semíramis Coelho da Silva Guabiraba<sup>1</sup>, mestranda em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Renato Pires dos Santos<sup>2</sup>,  
Doutor em Física, Universidade Luterana do Brasil**

## **Comunicação científica**

### **RESUMO**

Teoricamente o estudo dos números racionais é considerado como algo simples até mesmo pelos cursos voltados para a formação de professores. Mas algumas pesquisas mostram que na prática sua construção pode ser considerada uma das mais complexas operações da Matemática que se aprende na escola, haja vista a grande dificuldade que os alunos possuem em compreender a natureza dessas operações e o significado desses conceitos.

Nesta pesquisa buscamos identificar as diferentes representações do conceito de fração e seu desenvolvimento histórico-psicogenético, mediante um processo de re-interpretação das diferentes visões epistemológicas deste conceito, bem como as diferentes representações do conceito de fração do ponto de vista psicogenético em professores e estudantes e a partir daí traçar o perfil conceitual desse conceito. A intenção é sinalizar para o educador matemático as contribuições que este conhecimento traz para sua prática pedagógica, e sugerir formas de tornar a relação ensino-aprendizagem do conceito de fração mais satisfatória.

**Palavras-Chave:** Números Fracionários, Aprendizagem Matemática, Perfil Conceitual.

### **INTRODUÇÃO**

Sendo considerada até pouco tempo uma ciência infalível e perfeita, utilizada como medida de desempenho cognitivo, voltada para a formação de elites intelectuais, a Matemática e seu ensino têm passado por um processo de mudança, onde aparecem novos paradigmas para superar a forma de caracterizá-la.

O movimento da Educação Matemática em todo o mundo entra como alicerce dessa nova situação, ancorado pelas descobertas e concepções de vários autores, dentre os quais, destacamos Piaget cujas raízes residem nos seus estudos sobre a formação do conhecimento.

É nesse contexto de transformação que a obra de Piaget, voltada para a criação de uma epistemologia genética, ganha vulto como uma teoria de aprendizagem, tornando-se o pioneiro do enfoque construtivista à cognição

---

<sup>1</sup> [sra.quabiraba@gmail.com](mailto:sra.quabiraba@gmail.com)

<sup>2</sup> [Renato@reniza.com](mailto:Renato@reniza.com)

humana. “Surge então uma Matemática integrada às influências sociais e culturais, inspirada em sua história e das Ciências promovendo uma relação mais estreita entre a própria matemática e a sociedade.” (SILVA, 2000).

Sobre o desenvolvimento do conhecimento em seus níveis e no processo de transformação desse conhecimento, Piaget & Garcia (1983) afirmam que àquele se dá mediante a passagem de um estado inferior para um superior num processo contínuo de evolução do precedente para o subseqüente.

Com efeito, ao afirmar que o desenvolvimento do conhecimento em seus níveis não ocorre descontextualizado, mas dentro da História, Piaget & Garcia (1983), realizam um estudo em função do desenvolvimento histórico como análogo ao desenvolvimento científico e cognitivo, tomando como fundamento a evolução tanto histórica quanto cognitiva do conhecimento.

Dentro dessa visão, de que o conhecimento não poderia estar desvinculado do seu contexto histórico, temos por conseqüência o fato de que o entendimento de um conceito só terá significado epistêmico no momento em que estiver contextualizado historicamente posto que, num estado de constante devir a “história de uma noção fornece alguma indicação sobre o seu significado epistêmico”. (PIAGET & GARCIA, 1983).

Neste trabalho de investigação sobre a formação do conceito de fração - não restrita à representação fracionária do número racional- e sua evolução histórica, entre os vários aspectos abordados por Piaget em sua teoria, tomamos como base os seus estudos referentes à gênese do conhecimento, seu desenvolvimento em seus vários níveis e sua possível relação com a evolução do pensamento científico.

## **1 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS**

A pesquisa ora realizada, é uma pesquisa de cunho teórico e seu enfoque metodológico encontra-se ancorado na pesquisa bibliográfica tendo como elementos norteadores para seu embasamento teórico autores como Piaget (1967), cuja concepção é de que a “combinação da análise lógica com a análise genética é o único meio de atingir as raízes epistemológicas do conhecimento matemático”; Piaget e Garcia (1983), que concebem o fato de que “o entendimento de uma noção conceitual só nos permite conceber o seu significado epistêmico enquanto contextualizado historicamente”, e aqui abrangemos a noção de fração desde a Antigüidade até a Contemporaneidade; Piaget, Inhelder e Szemisnska (1973), com seus estudos sobre as partes das superfícies e a noção de fração.

No que se refere à construção do Perfil Conceitual de fração estamos utilizando a matriz epistemológica conforme modelo desenvolvido por Santos (2005), que nos permitirá identificar as categorias do perfil conceitual de fração com base na noção de perfil conceitual desenvolvida por Mortimer (1995).

Os levantamentos bibliográficos realizados em função deste trabalho mostram um número significativo de pesquisas realizadas sobre os problemas que envolvem o ensino de frações e sua aprendizagem demonstrando a preocupação existente por parte dos estudiosos quanto à forma como esse conceito tem sido ensinado e aprendido nas escolas.

No entanto, nos parece que o ensino do conceito de frações mediante a compreensão de sua gênese numa perspectiva histórico-epistemológica e psicogenética tendo como base o desenvolvimento histórico e ontológico da fração, ainda se constitui um campo pouco explorado o que justifica nosso interesse em caminhar por esse viés.

Teoricamente o estudo dos números racionais é considerado como algo simples até mesmo pelos cursos voltados para a formação de professores. Mas algumas pesquisas mostram que “Os conceitos associados aos números racionais estão entre as idéias mais complexas e importantes que as crianças encontram ao longo dos seus oito primeiros anos de escolarização”. (BEHR apud MOREIRA & DAVID 2004). Ou seja, na prática, sua construção pode ser considerada uma das mais complexas operações da Matemática que se aprende na escola, haja vista a grande dificuldade que os alunos possuem em compreender a natureza dessas operações e o significado desses conceitos, motivo pelo qual este tema se impõe.

Afirma BEHR (1983), que existem diferentes perspectivas sobre o modo como é vista a importância dos conceitos associados aos números racionais: do ponto de vista da praticidade a habilidade de lidar com esses conceitos aumenta de forma considerável a capacidade da criança de compreender e manejar uma série de situações e problemas dentro e fora da escola; Do ponto de vista de uma perspectiva psicológica os números racionais constituem um cenário rico para um contínuo desenvolvimento intelectual e, no que se refere ao ponto de vista da matemática, o entendimento dos números racionais constituem-se nos fundamentos sobre os quais as operações algébricas elementares podem ser desenvolvidas.

NUNES & BRYANT (1996), afirmam que a forma usual de apresentar as frações às crianças mostrando-lhes o todo dividido em partes seguida de alguma instrução sobre algumas poucas regras para calcular, permite que as crianças transmitam a impressão de que sabem muito sobre frações, porém, este modo de introduzir frações pode conduzi-las ao erro vez que, os alunos enfrentam dificuldades quanto ao domínio desse conceito e seu significado, até o final do Ensino Médio.

Prova disso se verifica nos resultados apresentados pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB, 2001) onde consta que os alunos da 4ª série do Ensino Fundamental apresentam dificuldades quanto ao desenvolvimento da habilidade de reconhecer as partes de um todo, na resolução de problemas que se apresentam sem o recurso da representação gráfica, quando apenas 35% dos alunos que responderam ao teste, marcaram a alternativa correta para a questão apresentada.

No que se refere aos resultados SAEB (2001), referentes aos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, ainda que não tenha sido apresentada nenhuma questão que abordasse o conceito de fração diretamente, verifica-se, que os alunos mostram dificuldades com as habilidades que envolvem números racionais em questões onde o conceito de fração se apresenta de forma implícita como relação entre o todo e as partes, e proporcionalidade.

Diante dos resultados não muito satisfatórios nos testes daquele ano, o relatório do SAEB (2001), trata da importância de, na 4ª série do Ensino Fundamental, se trabalhar o conceito de fração explorando melhor os números

fracionários quanto ao seu significado, suas diferentes possibilidades, inclusive fazendo relações com os números decimais, do que se preocupar com memorização de procedimentos para realizar operações com as frações.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (2001), o estudo dos Números Racionais deve ser iniciado, formalmente, a partir do segundo ciclo, período que corresponde às séries 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> do Ensino Fundamental, por meio de situações-problema que possibilitarão aos alunos uma proximidade com a noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal.

Mas como foi visto a forma usual com que esse estudo é introduzido, mostrando a fração como um todo que foi dividido em partes e utilizando regras que conduzem a resultados, leva os alunos a terem uma ilusão de que sua compreensão de fração é completa, pois “usam os termos fracionais certos; falam sobre frações coerentemente; resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam” (NUNES & BRYANT, 1996), como por exemplo, a falta de compreensão sobre a equivalência das frações, a conexão entre fração e raciocínio multiplicativo, e a dificuldade de entender a fração como um número, como mostra a situação a seguir retirada do relatório divulgado pelo Saesp (1998) a respeito de um teste de Matemática realizado com alunos de 5<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental cujo índice de acertos foi de apenas 26% demonstrando assim a falta de domínio do conceito de frações equivalentes.

Das figuras abaixo, quais representam frações equivalentes a  $\frac{1}{4}$ ?



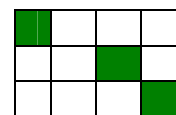
I



II



III



IV

Assim, tomando como idéia principal da Teoria Psicogenética de Piaget o fato do desenvolvimento acontecer em etapas, onde a etapa superada faz parte da etapa superante, buscando identificar a possível analogia existente entre a Psicogênese e a história das Ciências é que estamos realizando uma investigação acerca dos possíveis pontos de semelhança entre a formação do conceito de fração e sua evolução histórica, com a história das ciências, conforme nos propõe Piaget & Garcia (1983), em seus estudos sobre a história das ciências e a psicogênese.

Desse modo, o problema que tem norteado a presente pesquisa é o seguinte: Qual a relação existente entre as etapas históricas do desenvolvimento do conceito de fração e as etapas da Psicogênese? Que tipo de contribuição poderia ter para a prática pedagógica do educador matemático, o conhecimento de tais relações? De que maneira os obstáculos epistemológicos poderiam ser vencidos de modo a tornar a relação ensino-aprendizagem do conceito matemático de fração, mais satisfatória?

## 2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Esta pesquisa objetiva investigar sobre a formação do conceito de fração, no que se refere à evolução deste conceito dentro de uma visão histórica – epistemológica e psicogenética, e a partir disso construir um perfil conceitual de “fração”, bem como sinalizar para o educador matemático as contribuições que este conhecimento traz para sua prática pedagógica, e sugerir formas de como os obstáculos epistemológicos podem ser vencidos de modo a tornar a relação ensino-aprendizagem do conceito matemático de fração mais satisfatória.

Isto posto, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- Investigar a possível relação de analogia existente entre a evolução da História da Matemática como ciência, e a evolução do conceito de fração;
- Relacionar as diferentes representações do conceito de fração com a ordem seqüencial histórica dos grandes períodos da evolução da Ciência Matemática;
- Construir um perfil conceitual de fração tomando como base os resultados da investigação realizada sobre a possível relação de analogia existente entre os períodos históricos da evolução do conceito de fração na Ciência Matemática e as diferentes representações desse conceito no indivíduo;
- Mostrar que o pensar no desenvolvimento cognitivo como análogo ao desenvolvimento científico pode conduzir o professor de Matemática a um resultado mais satisfatório quanto ao ensino dos conceitos matemáticos.
- Investigar a possibilidade de que, através de um estudo da formação do conceito de fração em função de sua evolução histórica, sejam encontradas formas de minimizar as dificuldades vividas pelos alunos na compreensão desse conceito em seus vários aspectos.

### **3 METODOLOGIA**

Supomos que as dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos têm sua origem, entre outras coisas, na possível falta de conhecimento de ordem epistemológica acerca de tais conceitos, constituindo-se muitas vezes em obstáculos dessa ordem, tanto do ponto de vista do ensino – entre os quais, destacamos as concepções que o professor possui referentes à disciplina com que trabalha proveniente de sua compreensão limitada em relação ao entendimento dos conceitos ensinados aos alunos – quanto do ponto de vista da aprendizagem – destacando o conhecimento que o aluno traz consigo acerca desse ou daquele conceito.

A descoberta da possível correspondência entre as fases históricas da ciência e as etapas do desenvolvimento proposta por Piaget & Garcia (1983), trouxe-nos uma curiosidade a respeito de como o conhecimento vinculado ao contexto histórico proporciona um entendimento maior dos conceitos estudados, quaisquer que sejam eles e um interesse em realizar um trabalho de investigação a esse respeito.

Para isso, efetuamos o levantamento bibliográfico sobre as diferentes representações do conceito de fração do ponto de vista histórico da Ciência

Matemática bem como levantamento bibliográfico sobre as diferentes representações do conceito de fração do ponto de vista psicogenético em professores e estudantes e seguiremos com a análise histórico-crítica dos resultados dos levantamentos anteriores, sobre a noção de fração.

Nesta análise, buscamos identificar as diferentes representações do conceito de fração e seu desenvolvimento histórico-psicogenético, mediante um processo de re-interpretação das diferentes visões epistemológicas deste conceito, bem como as diferentes representações do conceito de fração do ponto de vista psicogenético em professores e estudantes e a partir daí traçar o perfil conceitual (Mortimer, 1995) desse conceito.

Nesta perspectiva, para a construção do perfil conceitual de fração, levamos em consideração a metodologia utilizada na construção do perfil conceitual de força conforme processo delineado por Santos (2005), e a ordem seqüencial histórica dos grandes períodos da evolução da Ciência Matemática conforme Piaget (1967).

A partir dessas informações, estamos construindo a 'matriz epistemológica' (Santos, 2005), elaborada a partir das representações de fração descritas e identificadas na pesquisa bibliográfica realizada, bem como a visão histórico-epistemológica do conceito de fração, conforme apurada no levantamento bibliográfico; a visão psicogenética desenvolvimental segundo Piaget (1973); as etapas do desenvolvimento psicogenético-histórico de fração, segundo Piaget & Garcia (1983) e, as concepções alternativas de alunos, identificadas no levantamento bibliográfico.

Nesse instrumento, estarão correlacionadas as quatro visões epistemológicas anteriormente mencionadas, permitindo verificar a existência de isomorfismos entre elas e identificar as categorias do perfil conceitual de fração, nos sujeitos envolvidos, bem como mostrar as mudanças epistemológicas e ontológicas necessárias a um melhor aprendizado desse conceito.

Na seqüência, objetivando validar as categorias do perfil conceitual do conceito de fração recém construído, procederemos à aplicação de um instrumento de teste, com questões fechadas e abertas, tendo como público alvo alunos do curso de Licenciatura em Matemática, da ULBRA, campus de Canoas; professores formados em Matemática atuantes na 3ª, 4ª e 5ª séries do Ensino Fundamental e alunos de 3ª, 4ª e 5ª séries do Ensino Fundamental.

Os resultados de tal teste também permitirão ter uma visão das concepções que professores, futuros professores e alunos de Matemática têm sobre o conceito de fração que nos possibilitará, mediante análise dos dados coletados, contribuir para que a aprendizagem seja mais satisfatória.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Ao estudarmos a possibilidade de, em se fazendo uma analogia entre a evolução do conhecimento científico e o desenvolvimento cognitivo, buscando elos e semelhança entre eles, torna-se possível uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos estudados, tentamos mostrar que, uma vez de posse do conhecimento do significado dos conceitos matemáticos numa perspectiva histórico-epistemológica e psicogenética, o professor poderá utilizá-lo como referência em sua prática pedagógica, para avaliar a presença de cada estágio do desenvolvimento cognitivo em que seus alunos se encontram referente ao

conceito estudado, de forma que esses alunos sejam capazes de utilizar a noção apreendida em situações distintas daquelas que deram origem à construção da noção.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Luiz Alberto S. e colaboradores. **Aplicações da Teoria de Piaget ao Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1977.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. 3ª ed. Brasília: A Secretaria, 2001.

\_\_\_\_\_, Ministério da Educação e do Desporto. **Sistema Nacional de Avaliação Básica**. Brasília, DF, 2002.

MOREIRA, Plínio Cavalcante; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **Números Racionais: Conhecimentos da Formação inicial e Prática Docente na Escola Básica**. *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, ano 17, São Paulo, n 21, p 01 - 19, 2004.

MORTIMER, Eduardo Fleury. **Conceptual change or conceptual profile change?** *Science & Education*, vol. 4, n. 3, p. 265-287, 1995.

NUNES Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças Fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, Jean. **Lógica e Conhecimento Científico**. Porto, 1967.

PIAGET, Jean; INHELDER, Barber; SZEMINSKA, Alina. **Lá Géométrie Spontanée de l' enfant**. Paris: PUF, 1973.

PIAGET, Jean; GARCIA, Rolando. **Psicogênese e História das Ciências**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1987.

SANTOS, Renato Pires dos. **Uma Proposta para o Perfil Conceitual do Conceito de Massa na Física**. In: Anais do IX EPEF – Encontro de Pesquisa em Ensino de Ciências, Jaboticatubas, MG, SBF, 26 a 29 de Outubro de 2004. São Paulo: Sociedades Brasileiras de Física -SBF, 2005.

SILVA, Semíramis Coelho da. **Desenvolvimento Moral, Cognitivo e a Aprendizagem Matemática**. *Caderno de Metodologia do Ensino Superior*, ano II, Salvador, vol 1, n.2, p 111 – 120, dezembro 2000.